Lehrstuhl Praktische Informatik III
Universität Mannheim
Prof. Dr. Guido Moerkotte
Thorsten Fiebig

September 2001

# Vordiplomklausur
# Algorithmen und Datenstrukturen
# Sommersemester 2001

Name: ...............................
Vorname: ...........................
Matrikelnummer: .....................
Studienfach: .........................

Hinweise:

1. Prüfen Sie Ihr Klausurexemplar auf Vollständigkeit.
2. Alle 6 Aufgaben sind zu bearbeiten.
3. Es sind keine Hilfsmittel zugelassen.
4. Die Klausur dauert 100 Minuten.
5. Vermerken Sie auf jedem Lösungsblatt Ihren Namen und Ihre Matrikelnummer.

| | maximale Anzahl Punkte | erreichte Anzahl Punkte |
|---|---|---|
| Aufgabe 1 | 18 | |
| Aufgabe 2 | 17 | |
| Aufgabe 3 | 14 | |
| Aufgabe 4 | 20 | |
| Aufgabe 5 | 10 | |
| Aufgabe 6 | 21 | |
| | 100 | |

1. (18 Punkte)
   Zeigen oder widerlegen Sie folgende Aussagen.

   (a) (6 Punkte)

   $$f(n) = \Theta(f(n/2))$$

   (b) (6 Punkte)

   $$f(n) = O(g(n)) \Rightarrow g(n) = \Omega(f(n))$$

   (c) (6 Punkte)

   $$o(f(n)) + \omega(f(n)) = \Theta(f(n))$$

---

2. (17 Punkte)
   Schlagen Sie für folgende Rekurrenzen jeweils ein Lösungsverfahren vor und bestimmen Sie entsprechend eine Lösung. Geben Sie die Lösung mittels der $\Theta$-Notation an.

   (a) (7 Punkte)

   $$T(n) = T(n/2) + n \lg^2 n$$

   (b) (10 Punkte)

   $$T(n) = 2T(n/2) + n/\lg n$$

---

3. (14 Punkte)

   (a) (10 Punkte)
   Fügen Sie die Zahlen 1,7,2,6,3,5,4 in einen leeren Heap ein. Geben Sie nach jedem Einfügen das Heap-Array an.

   (b) (4 Punkte)
   Was ist die maximale, was die minimale Anzahl von Elementen in einem Heap der Höhe $h$?

---

4. (20 Punkte)

   (a) (8 Punkte)
   Es seien die Sequenzen $X := \langle 3, 2, 1, 4, 7, 6 \rangle$ und $Y := \langle 1, 2, 3, 4, 6, 7 \rangle$ gegeben. Bestimmen Sie eine gemeinsame Teilsequenz mit maximaler Länge für $X$ und $Y$.

(b) (12 Punkte)
Skizzieren Sie einen Algorithmus, der zu einer gegebenen Zahlensequenz der Länge $n$ eine monoton aufsteigende Teilsequenz maximaler Länge bestimmt. Die Laufzeit soll $O(n^2)$ betragen.

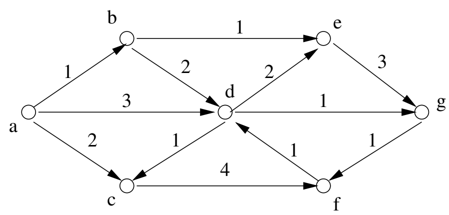
---

5. (10 Punkte)
Skizzieren Sie einen Algorithmus, der entscheidet, ob in einem ungerichteten Graphen $G(V, E)$ ein Zyklus vorhanden ist. Die Laufzeit soll $O(|V|)$ betragen. Geben Sie eine Begründung dafür an, daß Ihr Algorithmus das geforderte Laufzeitverhalten zeigt.

---

6. (21 Punkte)

(a) (14 Punkte)
Es sei der folgende gerichtete Graph gegeben.




Führen Sie den Algorithmus von Dijkstra beginnend mit dem Knoten $a$ aus. Geben Sie nach jeder Iteration der **while**-Schleife den $d$- und $\pi$-Wert für jeden Knoten und die Menge $S$ an.

(b) (7 Punkte)
Beweisen oder widerlegen Sie folgende Aussage.

Sei $G(V, E)$ ein gewichteter, gerichteter Graph. Wenn $G'$ ein Kürzester-Wege-Baum von $G$ ist, dann ist $G'$ auch ein Minimaler Spannbaum von $G$.

---